

BM2

## Aufnahmeprüfung BM2 2023

# Mathematik

---

### Lösungen

Allgemeine Hinweise für Expert\*innen.

1. Die kleinste Bewertungseinheit ist ein halber Punkt (keine Viertelpunkte), gemäss Bewertungsschlüssel und Notenskala.
2. Für alle Aufgaben ist der Lösungsweg Bedingung für die Bewertung.
3. Grundlage der Prüfung sind Lehrplan und Lehrmittel der Aargauischen Sekundarschulen.
4. Um allen BM-Richtungen gerecht zu werden hat die Prüfung wiederum Überhang: Note 6 für 20 von 24 Punkten.
5. Punkte für alternative Lösungswege nach eigenem Ermessen vergeben.

### Notenskala:

Punkte	Note	Punkte	Note
0	1.0	12.0	4.0
0.5	1.0	12.5	4.0
1.0	1.0	13.0	4.0
1.5	1.5	13.5	4.0
2.0	1.5	14.0	4.5
2.5	1.5	14.5	4.5
3.0	1.5	15.0	4.5
3.5	2.0	15.5	4.5
4.0	2.0	16.0	5.0
4.5	2.0	16.5	5.0
5.0	2.0	17.0	5.0
5.5	2.5	17.5	5.0
6.0	2.5	18.0	5.5
6.5	2.5	18.5	5.5
7.0	2.5	19.0	5.5
7.5	3.0	19.5	5.5
8.0	3.0	20 - 24	6.0
8.5	3.0		
9.0	3.0		
9.5	3.5		
10.0	3.5		
10.5	3.5		
11.0	3.5		
11.5	3.5		

Februar 2023

1. Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

2.0 Punkte

a) Vereinfachen Sie durch Ausmultiplizieren und Zusammenfassen.

(1.0 P)

$$(a + b)(2b - a) + 2a(3a - b)$$

$$2ab - a^2 + 2b^2 - ab + 6a^2 - 2ab$$

(0.5P)

$$\underline{\underline{5a^2 + 2b^2 - ab}}$$

(0.5P)

b) Vereinfachen Sie durch Faktorisieren und Kürzen.

(1.0 P)

$$\frac{5a^2 - 10az + 5z^2}{5a^2 - 5z^2}$$

$$\frac{5 \cdot (a^2 - 2az + z^2)}{5 \cdot (a^2 - z^2)}$$

(0.5P)

$$\frac{5 \cdot (a-z) \cdot (a-z)}{5 \cdot (a-z) \cdot (a+z)}$$

$$\frac{\underline{\underline{(a-z)}}}{\underline{\underline{(a+z)}}}$$

(0.5P)

2. Zerlegen Sie den Term in ein Produkt mit möglichst vielen Faktoren.

1.0 Punkte

$$7v^2 + 49v + 42$$

$$7 \cdot (v^2 + 7v + 6)$$

(0.5P)

$$\underline{\underline{7 \cdot (v + 1) \cdot (v + 6)}}$$

(0.5P)

3. Lösen Sie die folgenden Aufgaben zum Thema «Brüche».

3.0 Punkte

a) Fassen Sie die Brüche zusammen und kürzen Sie.

(1.5 P)

$$\frac{x}{x+y} - \frac{x-y}{2x+2y}$$

$$\frac{x}{(x+y)} - \frac{(x-y)}{2 \cdot (x+y)}$$

Hauptnenner:  $2 \cdot (x + y)$

$$\frac{2 \cdot x}{2 \cdot (x+y)} - \frac{(x-y)}{2 \cdot (x+y)}$$

(0.5P)

$$\frac{2x - (x-y)}{2 \cdot (x+y)} = \frac{2x - x + y}{2(x+y)}$$

(0.5P)

$$\frac{x+y}{2(x+y)} = \frac{1}{2}$$

(0.5P)

b) Multiplizieren Sie aus und fassen Sie zusammen.

(1.5 P)

$$(a - b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

(0.5P)

*Hauptnenner: ab*

$$(a - b)\left(\frac{b}{ab} + \frac{a}{ab}\right)$$

$$(a - b)\left(\frac{b+a}{ab}\right)$$

(0.5P)

$$\frac{(a-b)}{1} \left(\frac{b+a}{ab}\right)$$

$$\frac{a^2 - b^2}{ab}$$

(0.5P)

4. Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf.

3.0 Punkte

a)  $(x + 2)(3 - x) - 11 = (-x)(x + 4)$  (1.5 P)

$$3x - x^2 + 6 - 2x - 11 = -x^2 - 4x \quad (0.5P)$$

$$-x^2 + x - 5 = -x^2 - 4x$$

$$-x^2 + x - 5 = -x^2 - 4x \quad / \quad +x^2$$

$$x - 5 = -4x \quad / \quad +4x + 5 \quad (0.5P)$$

$$5x = 5 \quad / : 5$$

$$\underline{\underline{x = 1}} \quad (0.5P)$$

$$\text{b) } \frac{5x+8}{6} + \frac{14x-28}{21} = \frac{15x-3}{9} \quad (1.5 \text{ P})$$

$$\frac{5x+8}{6} + \frac{14x-28}{21} = \frac{15x-3}{9}$$

$$\frac{5x+8}{6} + \frac{14(x-2)}{21} = \frac{3(5x-1)}{9}$$

Kürzen:

$$\frac{(5x+8)}{6} + \frac{2(x-2)}{3} = \frac{(5x-1)}{3}$$

Hauptnenner: 6

$$\frac{(5x+8)}{6} + \frac{2 \cdot 2(x-2)}{2 \cdot 3} = \frac{2 \cdot (5x-1)}{2 \cdot 3} \quad (0.5 \text{ P})$$

$$\frac{(5x+8)}{6} + \frac{2 \cdot 2(x-2)}{6} = \frac{2 \cdot (5x-1)}{6} \quad / \cdot 6$$

$$5x+8+4x-8=10x-2 \quad (0.5 \text{ P})$$

$$9x=10x-2 \quad / -9x+2$$

$$\underline{\underline{x=2}} \quad (0.5 \text{ P})$$

5. Wandeln Sie die gegebenen Grössen, ohne zu runden in die gesuchten Einheiten um. 3.0 Punkte

Geben Sie das Resultat der ersten 5 Grössen als Dezimalzahl an (z. Bsp. 23.4 kg).

Geben Sie die Zeit in ganzen Stunden, Minuten und Sekunden an.

	<b>Gegebene Grösse</b>	<b>Grösse in der gesuchten Einheit</b>
<b>Fläche</b>	$7'600 \text{ cm}^2$	$0.76 \text{ m}^2$
<b>Volumen</b>	$500 \text{ ml}$	$0.5 \text{ dm}^3$
<b>Masse</b>	$460 \text{ g}$	$0.46 \text{ kg}$
<b>Geschwindigkeit</b>	$720 \text{ m/s}$	$2'592 \text{ km/h}$
<b>Dichte</b>	$2.5 \text{ g/dm}^3$	$2'500 \text{ g/m}^3$
<b>Zeit</b>	$1.86 \text{ h}$	$1 \text{ h } 51 \text{ min } 36 \text{ s}$

(0.5P Abzug pro Fehler)



6. Ein Barkeeper möchte eine 10%ige Alkohollösung durch Mischen 1.5 Punkte herstellen. Er verdünnt dafür 800 mL Spiritus mit einem Alkoholgehalt von 25% mit reinem Wasser. Berechnen Sie die Menge an Wasser, die zum Herstellen der 10%igen Alkohollösung verwendet werden muss.

*Gleichung:  $x$  in mL*

$$800 \cdot 0.25 + x \cdot 0 = (800 + x) \cdot 0.1 \quad (0.5P)$$

$$200 = 80 + 0.1x \quad /-80 \quad (0.5P)$$

$$120 = 0.1x \quad /: 0.1$$

$$\underline{\underline{x = 1'200 \text{ mL}}} \quad (0.5P)$$

7. Auf dem Hof eines Bauers leben Hühner, Schweine und Kühe. 2.0 Punkte  
Der Bauer zählt doppelt so viele Hühner wie Kühe. Zudem umfasst die Anzahl  
Schweine die Hälfte der Anzahl Kühe. Insgesamt leben 91 Tiere auf dem Bauernhof.  
Berechnen Sie die Anzahl Hühner, Schweine und Kühe.

*Ansatz: gesamtanzahl Tiere: 91*

*Hühner:  $2x$*

*Kühe:  $x$*

*(0.5P)*

*Schweine:  $0.5x$*

$$2x + 0.5x + x = 91$$

*(0.5P)*

$$3.5x = 91 \quad /: 3.5$$

$$x = 26$$

*(0.5P)*

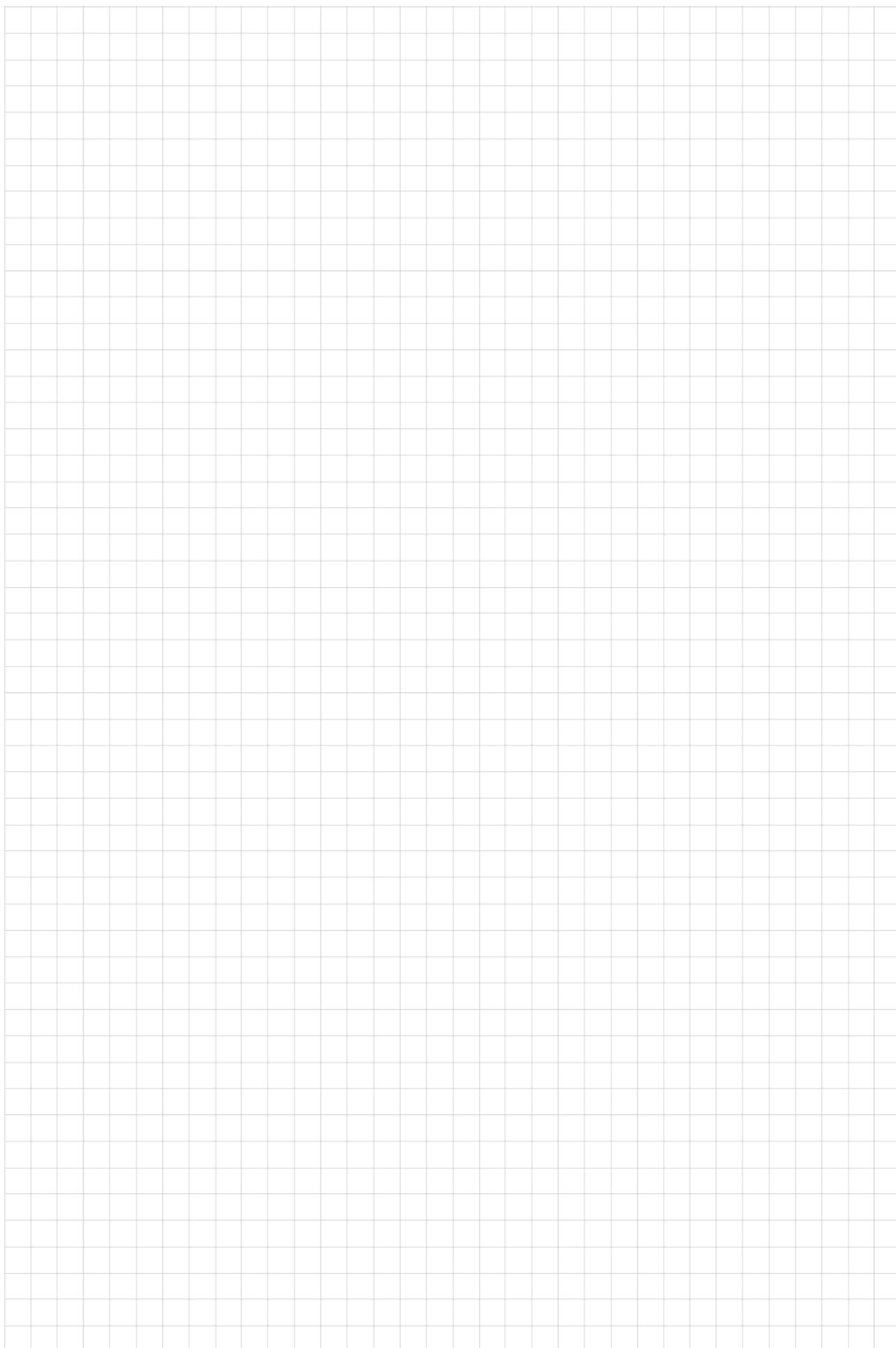
*Daraus folgt:*

*Hühner: 52*

*Kühe: 26*

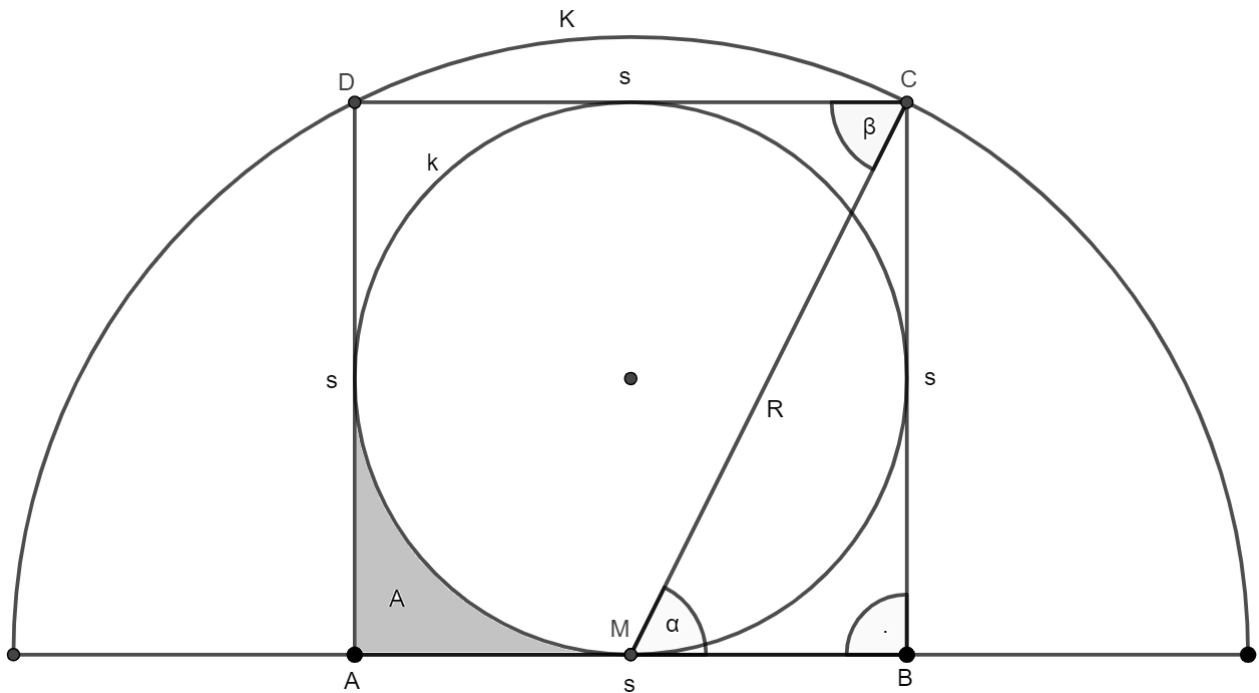
*(0.5P)*

*Schweine: 13*



8. In den grossen Halbkreis K mit dem Radius R wird ein Quadrat ABCD mit der Seitenlänge s eingezeichnet. Der Punkt M des Halbkreises K halbiert die Seite s des Quadrats. Der kleine Kreis k berührt das Quadrat jeweils in den Mitten der Seiten s. Gegeben sei  $\overline{MB} = 3\text{ m}$ .

- a) Bestimmen Sie den Winkel  $\alpha$  des Dreiecks MBC, falls  $\beta = 63^\circ$  beträgt. (0.5 P)
- b) Berechnen Sie den Umfang U des kleinen Kreises k. (1.0 P)
- c) Berechnen Sie den Radius R des grossen Halbkreises K. (1.0 P)
- d) Berechnen Sie die dunkel hervorgehobene Fläche A. (1.0 P)



a)  $\alpha = \beta$

$\alpha = 63^\circ$

(0.5P)

b)  $U = 2r\pi$

$s = 2r$  bzw.  $r = \frac{s}{2} = \overline{MB}$

$r = 3\text{ m}$

$U = 2 \cdot 3\text{ m} \cdot \pi$

(0.5P)

$U \approx 18.85\text{ m}$

(0.5P)

c)  $R^2 = (2r)^2 + r^2$

$R = \sqrt{(2r)^2 + r^2}$

$R = \sqrt{(2 \cdot 3\text{ m})^2 + (3\text{ m})^2}$

(0.5P)

$R \approx 6.71\text{ m}$

(0.5P)

$$d) A_{\text{Kreis}} = r^2\pi$$

$$A_{\text{Quadrat}} = (2r)^2 = 4r^2$$

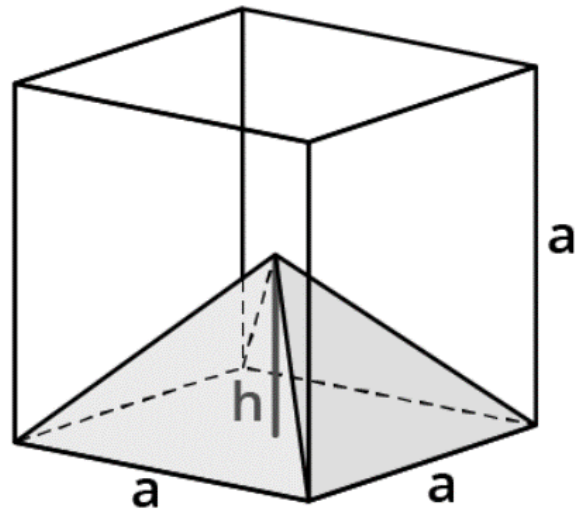
$$A_{\text{Ergebnis}} = \frac{A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Kreis}}}{4} = \frac{4r^2 - r^2\pi}{4} = \frac{r^2(4-\pi)}{4}$$

$$A_{\text{Ergebnis}} = \frac{(3\text{m})^2 \cdot (4-\pi)}{4} \quad (0.5\text{P})$$

$$\underline{\underline{A_{\text{Ergebnis}} \approx 1.93 \text{ m}^2}} \quad (0.5\text{P})$$

9. In der unten abgebildeten Darstellung ist eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche in einem Würfel mit der Kantenlänge  $a = 6$  m eingezeichnet. Die Höhe  $h$  der Pyramide misst genau die Hälfte einer Kantenlänge  $a$  des Würfels. Vom Würfelvolumen wird das Pyramidenvolumen abgezogen. Berechnen Sie das Restvolumen des Würfels. 2.0 Punkte

Das Volumen einer Pyramide wird wie folgt berechnet:  $V = \frac{\text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}}{3}$



*Ansatz:*

$$V_{\text{Ergebnis}} = V_{\text{Würfel}} - V_{\text{Pyramide}} \quad (0.5P)$$

*Es gilt:*

$$h = \frac{a}{2} \quad \text{und} \quad \text{Grundfläche } G = a^2$$

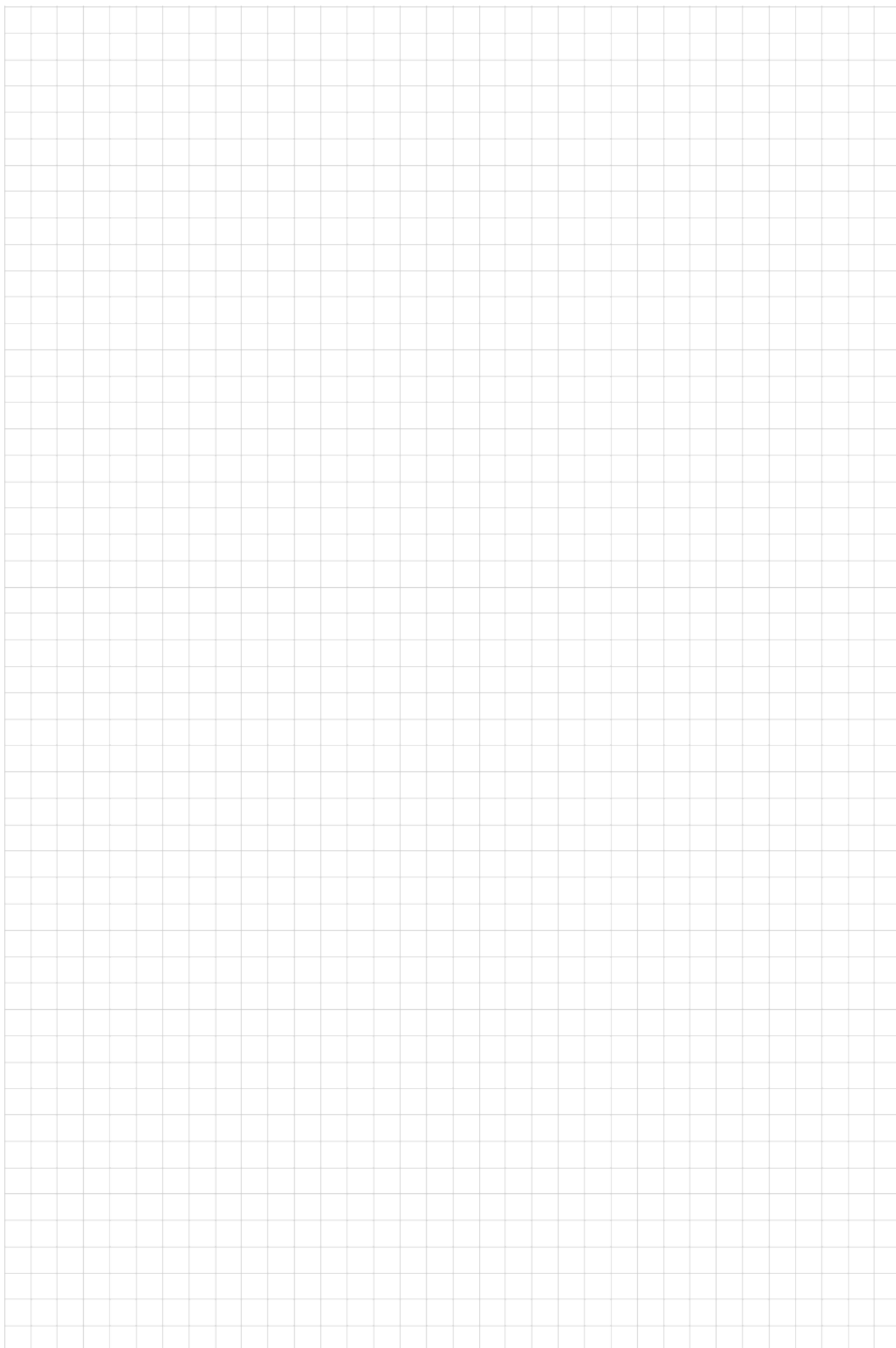
$$V_{\text{Würfel}} = a^3$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{a^2 \cdot \frac{a}{2}}{3} = \frac{a^3}{6}$$

$$V_{\text{Ergebnis}} = a^3 - \frac{a^2 \cdot \frac{a}{2}}{3} \quad (0.5P)$$

$$V_{\text{Ergebnis}} = (6m)^3 - \frac{(6m)^2 \cdot \frac{6m}{2}}{3} = 216m^3 - \frac{36m^2 \cdot 3m}{3} \quad (0.5P)$$

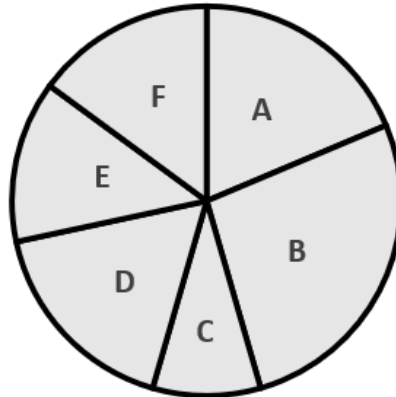
$$\underline{\underline{V_{\text{Ergebnis}} = 180m^3}} \quad (0.5P)$$



10. Im unten abgebildeten Kreisdiagramm wurden insgesamt 134 Kinder einer Primarschule bezüglich ihres Lieblingshaustieres befragt.

3.0 Punkte

### Lieblingshaustiere



A - Hund: 25

B - Katze: 36

C - Hamster: 12

D - Kaninchen: 23

E - Meerschweinchen: 18 F - kein Lieblingshaustier: 20

- a) Wie viele Kinder gaben nicht den Hamster als Lieblingstier an? (0.5 P)
- b) Berechnen Sie den prozentualen Anteil an Kindern, welche den Hund als Lieblingstier angegeben haben. (1.0 P)
- c) Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Kinder, welche kein Lieblingstier angegeben haben, falls aber noch sechs zusätzliche Kinder an diese Schule wechseln und diese den Hund als Lieblingstier angegeben haben. (1.0 P)
- d) Wie würde sich der prozentuale Anteil an Kindern, welche die Katze als Lieblingstier angegeben haben ändern, wenn doppelt so viele Kinder pro Kategorie die Primarschule besuchen würden? (0.5 P)

a)  $\text{Anzahl}(\text{gesamt}) - \text{Anzahl}(\text{Hamster}) = \text{Anzahl}(\text{nicht den Hamster})$

$134 \text{ Kinder} - 12 \text{ Kinder} = \underline{\underline{122 \text{ Kinder}}}$  (0.5P)

b) Es gilt:  $x$  in %

$134 \text{ Kinder} \triangleq 100\%$

$25 \text{ Kinder} \triangleq x$

$x = \frac{25 \text{ Kinder} \cdot 100\%}{134 \text{ Kinder}}$  (0.5P)

$\underline{\underline{x \approx 18.66\%}}$  (0.5P)



c) Es gilt:  $x$  in %

$$(134 + 6) \text{ Kinder} \triangleq 100\%$$

$$20 \text{ Kinder} \triangleq x$$

$$x = \frac{20 \text{ Kinder} \cdot 100\%}{140 \text{ Kinder}} \quad (0.5P)$$

$$\underline{\underline{x \approx 14.29\%}} \quad (0.5P)$$

d) Es ändert sich nicht, weil:

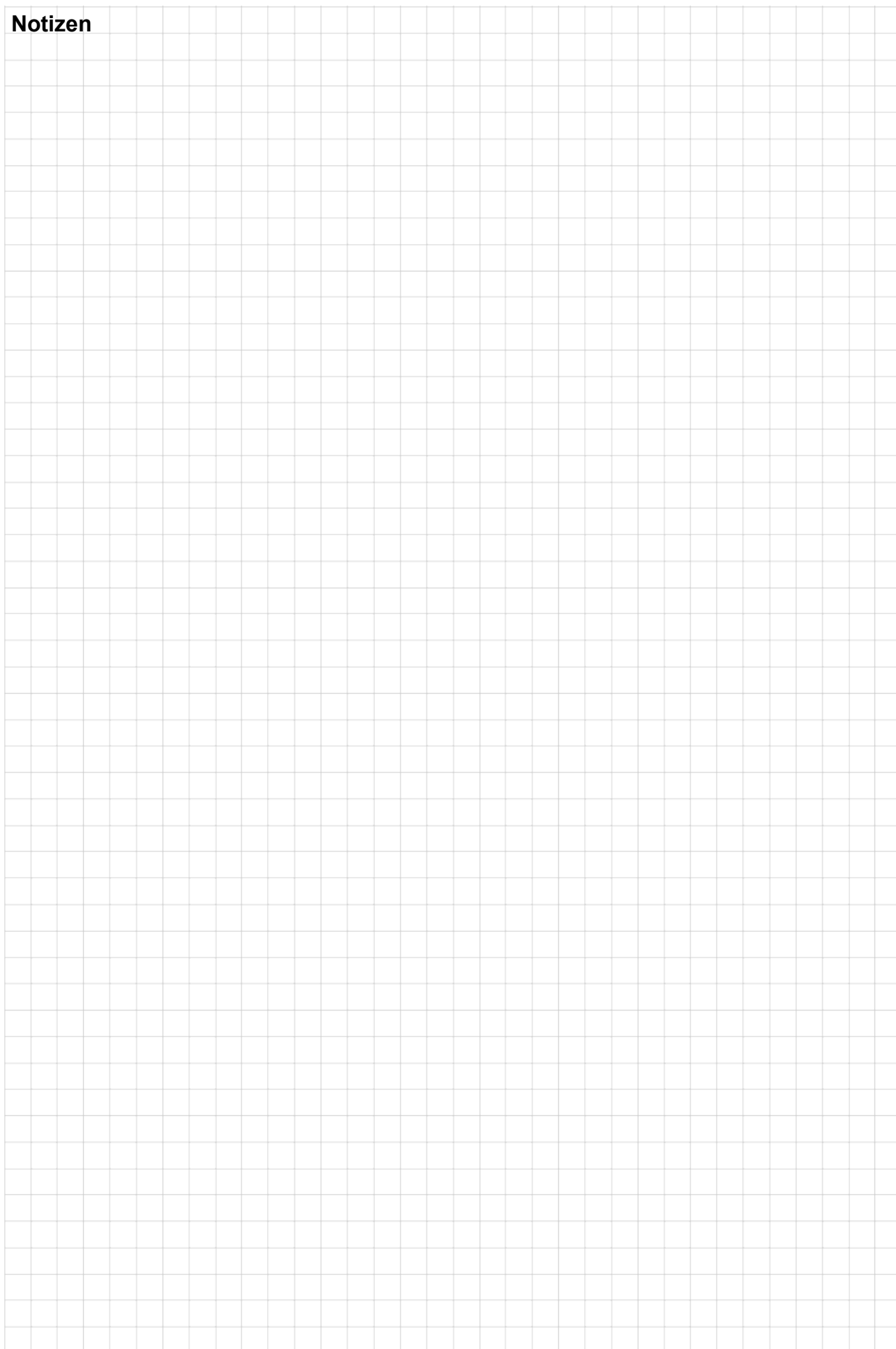
$$x = \frac{2 \cdot 36 \text{ Kinder} \cdot 100\%}{2 \cdot 134 \text{ Kinder}}$$

$$x \approx 26.87\%$$

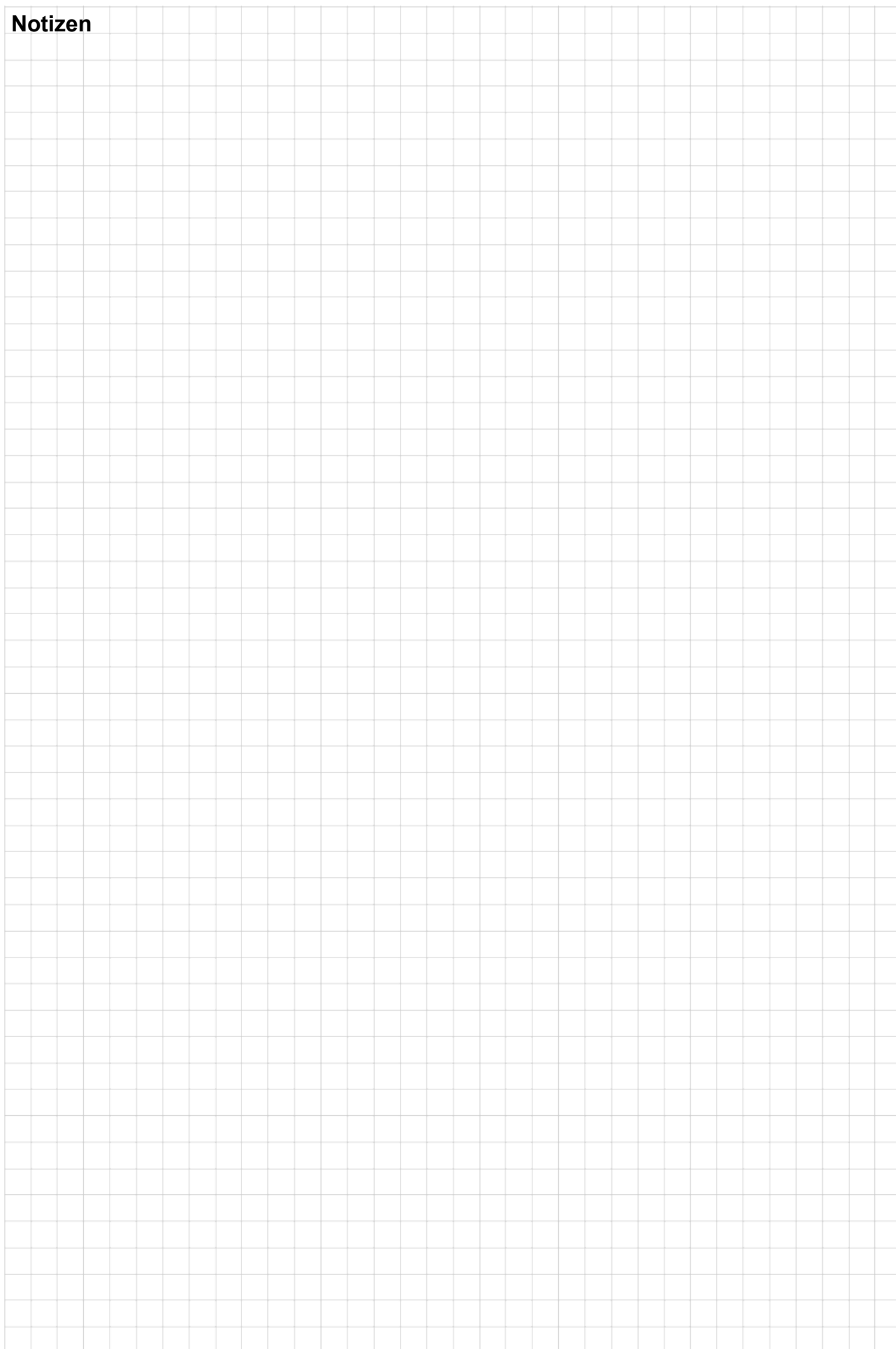
Die Zahl 2 kürzt sich weg und somit bleibt der Wert gleich. (0.5P)

*(Der Lösungsweg für die Aufgabe 10d ist nicht erforderlich)*

**Notizen**



**Notizen**



**Notizen**

